



ATICANDO

FORMAS DE CALCULAR ÁREA DE TRIÂNGULOS

Autores:

Prof. Rubens Augusto

Prof. André Soares

Fique Por Dentro de Nossas Redes

Canais do Telegram



Vestibular

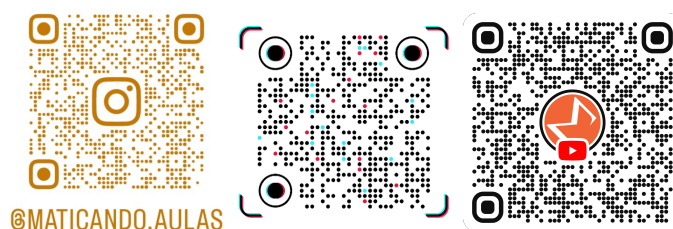
Concurso

Cálculo

Álgebra Linear

Geometria

Instagram, Tiktok e Youtube



Instagram

Tiktok

Youtube

Prefácio

O estudo da geometria é uma etapa essencial na preparação para o vestibular, e compreender as diversas formas de calcular a área de um triângulo é um diferencial estratégico para o candidato. Embora a fórmula básica seja a mais conhecida, existem situações em que outros métodos se mostram mais eficientes ou até mesmo necessários, como no caso de triângulos definidos por coordenadas, por lados conhecidos ou pelo ângulo entre eles. Este material apresenta diferentes abordagens para calcular a área, incluindo fórmulas clássicas, métodos vetoriais e propriedades especiais de triângulos, permitindo ao estudante escolher a estratégia mais adequada de acordo com cada problema. Dominar essas alternativas não só aumenta a rapidez na resolução, como também amplia a capacidade de análise geométrica, competência valorizada nas provas de vestibular.

Bons estudos!

Sumário

Prefácio	2
1 Fórmulas de Calcular Área do Triângulo	4
1.1 Fórmula Básica	4
1.2 Com Coordenadas no Plano Cartesiano	5
1.3 Fórmula de Heron	6
1.4 Dois Lados e o Seno do Ângulo Entre Eles	7
1.5 Determinante	8
1.6 Triângulo Equilátero	9
1.7 Com Raio da Circunferência Circunscrita	10
1.8 Com Vetores	11
2 Conclusão	12

Fórmulas de Calcular Área do Triângulo

A seguir, apresentamos diferentes formas de calcular a área de um triângulo.

Fórmula Básica

Fórmula Básica

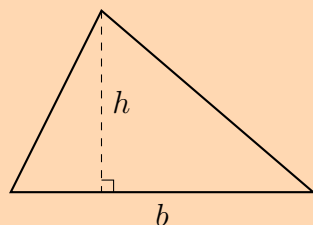
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Onde:

b = base do triângulo

h = altura correspondente à base

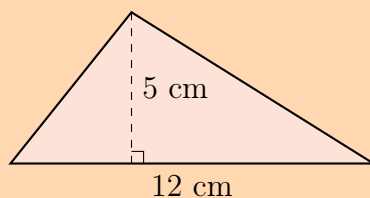
Usar quando: base e altura são conhecidas.



Exemplo 1: Base e Altura

Um triângulo possui base $b = 12$ cm e altura $h = 5$ cm. Qual é a sua área A ?

Resolução:



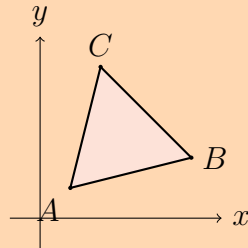
$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 5}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

Com Coordenadas no Plano Cartesiano

Com Coordenadas no Plano Cartesiano

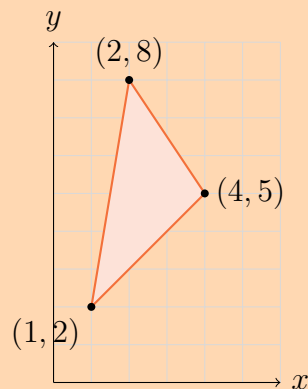
Se os vértices são $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$



Exemplo 2: Coordenadas

Calcule a área do triângulo cujos vértices são $A(1, 2)$, $B(4, 5)$ e $C(2, 8)$.



$$A = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

Substituindo os valores dos pontos $A(1, 2)$, $B(4, 5)$ e $C(2, 8)$:

$$A = \frac{1}{2} |1(5 - 8) + 4(8 - 2) + 2(2 - 5)|$$

$$A = \frac{1}{2} |-3 + 24 - 6|$$

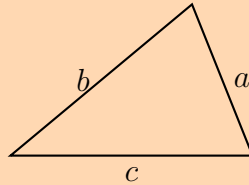
$$A = \frac{1}{2} |15|$$

$$A = \frac{15}{2} = 7,5$$

Fórmula de Heron

Fórmula de Heron

Se os lados são a , b , e c , então:



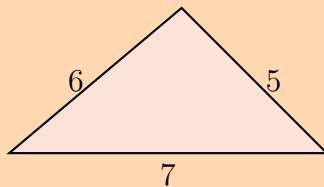
$$s = \frac{a + b + c}{2} \quad (\text{semiperímetro})$$
$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Usar quando: conhece-se os três lados.

Exemplo 3: Fórmula de Heron

Um triângulo tem lados medindo $a = 5$, $b = 6$ e $c = 7$. Calcule a sua área.

Resolução: Primeiro, calculamos o semiperímetro s :



$$s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{5 + 6 + 7}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Em seguida, aplicamos a Fórmula de Heron:

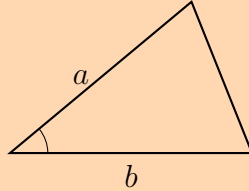
$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)}$$

$$A = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{216} = \sqrt{36 \cdot 6} = 6\sqrt{6} \text{ u.a.}$$

Dois Lados e o Seno do Ângulo Entre Eles

Dois Lados e o Seno do Ângulo Entre Eles

Se a e b são lados e θ o ângulo entre eles:

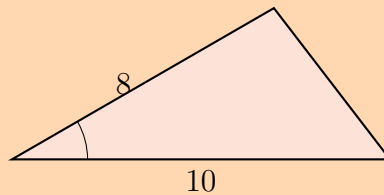


$$A = \frac{1}{2}ab \sin(\theta)$$

Usar quando: conhece dois lados e o ângulo entre eles.

Exemplo 4: Seno do Ângulo

Em um triângulo, dois lados medem $a = 8$ m e $b = 10$ m. O ângulo θ entre eles é de 30° . Determine a área.



Resolução: Utilizamos a fórmula:

$$A = \frac{1}{2}ab \sin(\theta)$$

Substituindo os valores, sabendo que $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$:

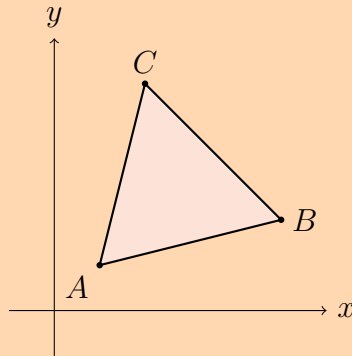
$$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = \frac{80}{4} = 20 \text{ m}^2$$

Determinante

Determinante

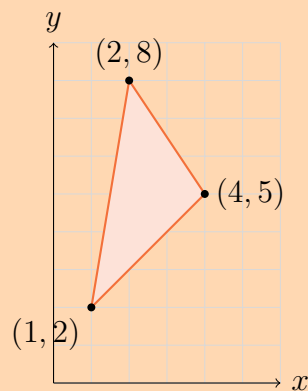
$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Usar quando: os vértices são conhecidos (alternativa à fórmula do item 2).



Exemplo 5: Coordenadas

Calcule a área do triângulo cujos vértices são $A(1, 2)$, $B(4, 5)$ e $C(2, 8)$.



Resolução (Usando Determinante): O determinante D da matriz formada pelas coordenadas é:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \end{vmatrix} = (5 + 4 + 32) - (10 + 8 + 8) = 41 - 26 = 15$$

A área A é dada por:

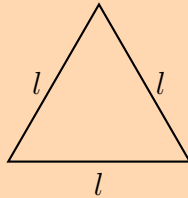
$$A = \frac{1}{2} |D| = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ u.a.}$$

Triângulo Equilátero

Triângulo Equilátero

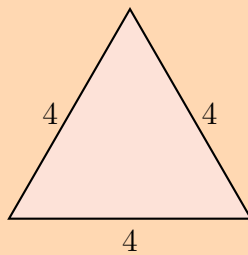
$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Usar quando: todos os lados são iguais.



Exemplo 6: Triângulo Equilátero

Um triângulo equilátero possui lado $l = 4$ cm. Calcule a sua área.



Resolução: A fórmula para a área de um triângulo equilátero é:

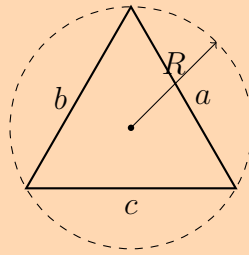
$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Substituindo o lado $l = 4$:

$$A = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = \frac{16\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Com Raio da Circunferência Circunscrita

Com Raio da Circunferência Circunscrita

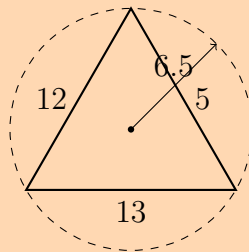


$$A = \frac{abc}{4R}$$

Usar quando: conhece os três lados e o raio R da circunferência circunscrita.

Exemplo 7: Raio Circunscrito

Um triângulo tem lados $a = 5$, $b = 12$ e $c = 13$ (um triângulo retângulo). O raio R da circunferência circunscrita é 6.5. Calcule a área.



Resolução: A fórmula é:

$$A = \frac{abc}{4R}$$

Substituindo os valores:

$$A = \frac{5 \cdot 12 \cdot 13}{4 \cdot 6,5} = \frac{780}{26} = 30 \text{ unidade de área}$$

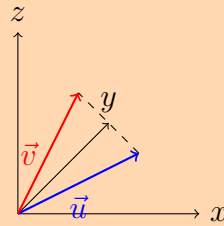
Com Vetores

Com Vetores

Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores que formam dois lados do triângulo a partir de um ponto comum:

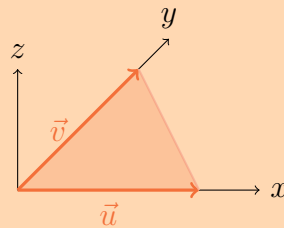
$$A = \frac{1}{2} |\vec{u} \times \vec{v}|$$

Usar quando: triângulo definido por vetores no espaço.



Exemplo 8: Vetores

Dois vetores $\vec{u} = (3, 0, 0)$ e $\vec{v} = (0, 4, 0)$ definem um triângulo no espaço. Determine a área.



Resolução: O produto vetorial $\vec{u} \times \vec{v}$ é:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 12\vec{k}$$

O módulo do produto vetorial é $|\vec{u} \times \vec{v}| = |12| = 12$. A área A do triângulo é:

$$A = \frac{1}{2} |\vec{u} \times \vec{v}| = \frac{12}{2} = 6 \text{ u.a.}$$

Conclusão

Saber calcular a área de um triângulo de maneiras diversas é mais do que decorar fórmulas: trata-se de desenvolver flexibilidade matemática e raciocínio lógico, habilidades essenciais para o sucesso no vestibular. Cada método apresentado — seja a aplicação da fórmula de Heron, o uso de coordenadas no plano cartesiano, o emprego de determinantes ou a exploração de propriedades de triângulos especiais — oferece ferramentas diferentes para abordar problemas variados. O domínio dessas técnicas permite que o estudante resolva questões de forma mais rápida, segura e estratégica, transformando um conteúdo aparentemente simples em um recurso poderoso para conquistar pontos em provas e fortalecer a base matemática para desafios futuros.

Bons estudos e boa jornada rumo à sua aprovação!