



ATICANDO

Identidades Trigonométricas

Autores:

Prof. Rubens Augusto

Prof. André Soares

Fique Por Dentro de Nossas Redes

Canais do Telegram



Vestibular

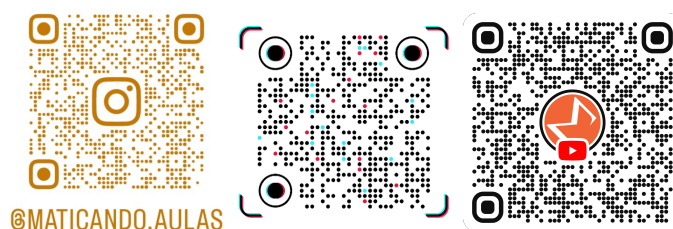
Concurso

Cálculo

Algebra Linear

Geometria

Instagram, Tiktok e Youtube



Instagram

Tiktok

Youtube

Prefácio

A Trigonometria é uma das áreas mais fascinantes e aplicáveis da Matemática, presente em diversas situações do cotidiano, da engenharia à física, da astronomia à arquitetura. Dentro desse vasto campo, as identidades trigonométricas ocupam um papel central, pois permitem simplificar expressões, resolver equações e estabelecer relações entre os ângulos e lados de triângulos e circunferências.

No contexto dos vestibulares e do ENEM, o domínio das identidades trigonométricas é essencial para a resolução de problemas que exigem raciocínio lógico e manipulação algébrica. Questões envolvendo simplificações, transformações e aplicações dessas identidades são recorrentes e, muitas vezes, decisivas para o bom desempenho do estudante.

Esta apostila foi elaborada com o objetivo de apresentar, de forma clara e organizada, as principais identidades trigonométricas — como as fundamentais, de ângulos notáveis, de soma e diferença, do dobro e da metade do arco, entre outras — acompanhadas de exemplos resolvidos e comentários explicativos. Espera-se que, com o estudo cuidadoso deste material, o leitor desenvolva confiança e habilidade para enfrentar com segurança as questões que envolvem a Trigonometria nos exames.

Bons estudos!

Sumário

Prefácio	2
1 Tabela Trigonométrica	4
2 Círculo Trigonométrico	4
3 Sinais nos Quadrantes	5
4 Identidades Fundamentais	5
5 Identidades Recíprocas	5
6 Identidades de Cociente	5
7 Identidades de Cofunção	6
8 Soma e Diferença de Ângulos	6
9 Fórmulas de Ângulo Duplo	7
10 Fórmulas de Ângulo Metade	7
11 Produto para Soma	7
12 Soma para Produto	8
13 Conclusão	9

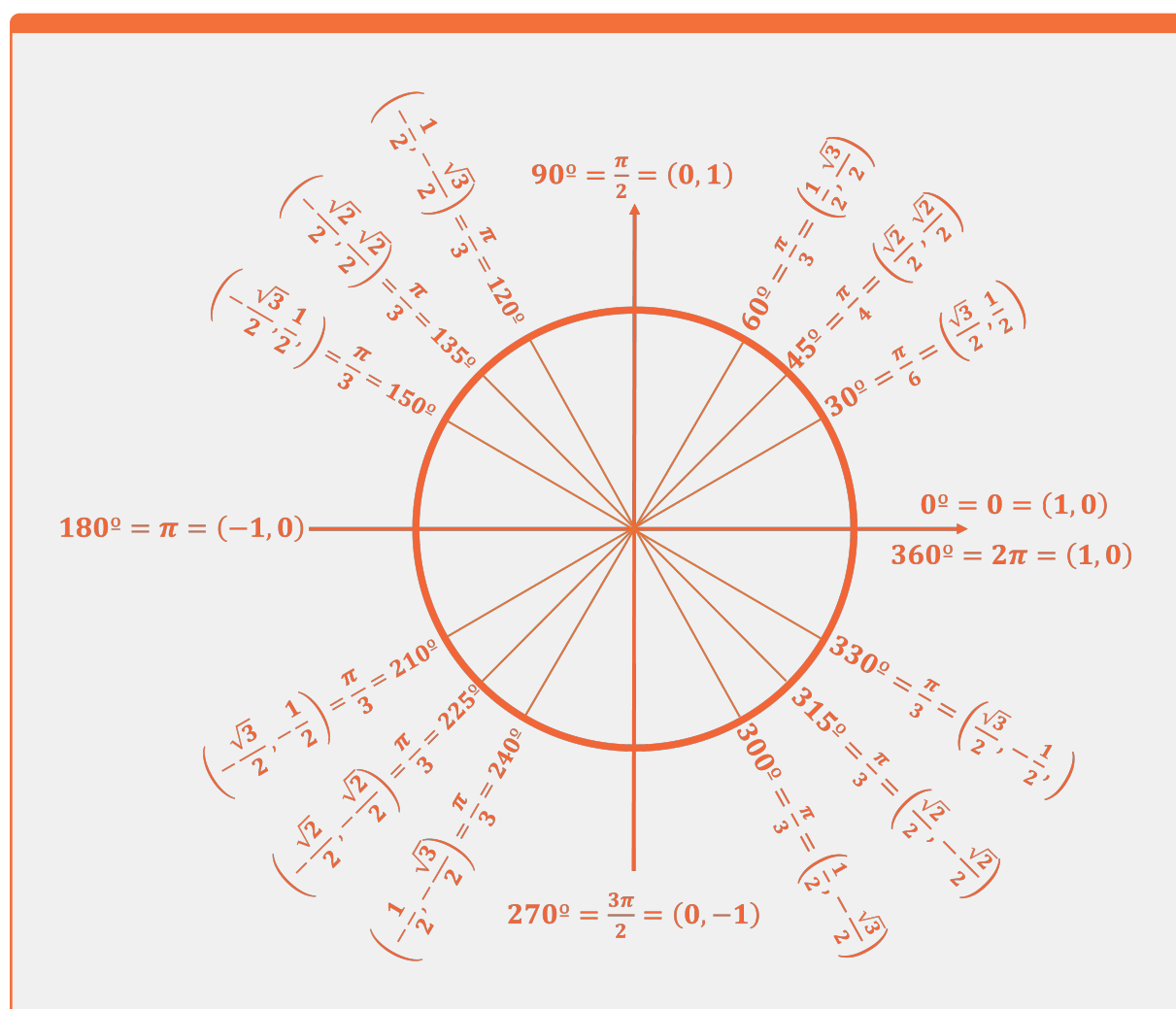
Tabela Trigonométrica

Tabela Trigonométrica

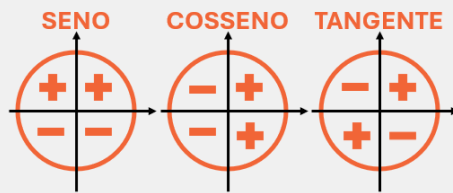
graus	0º	30º	45º	60º	90º	120º	135º	150º	180º	210º	225º	240º	270º	300º	315º	330º	360º
radianos	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin(\theta)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos(\theta)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan(\theta)$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	n.e.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	n.e.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

Observação: “n.e.” = não existe (tangente indefinida).

Círculo Trigonométrico



Sinais nos Quadrantes



Identidades Fundamentais

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

Identidades Recíprocas

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\sin x = \frac{1}{\csc x}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sec x}$$

$$\tan x = \frac{1}{\cot x}$$

Identidades de Cociente

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

Identidades de Cofunção

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \csc x$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sec x$$

Soma e Diferença de Ângulos

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

Fórmulas de Ângulo Duplo

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

Fórmulas de Ângulo Metade

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

Produto para Soma

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a + b) + \sin(a - b)]$$

Soma para Produto

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \left(\frac{a+b}{2} \right) \cos \left(\frac{a-b}{2} \right)$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \left(\frac{a+b}{2} \right) \sin \left(\frac{a-b}{2} \right)$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \left(\frac{a+b}{2} \right) \cos \left(\frac{a-b}{2} \right)$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \left(\frac{a+b}{2} \right) \sin \left(\frac{a-b}{2} \right)$$

Conclusão

O estudo das identidades trigonométricas é um passo indispensável para o domínio da Matemática do Ensino Médio e para o sucesso nos principais exames do país. Mais do que decorar fórmulas, é fundamental compreender suas origens e aplicações, reconhecendo nelas uma poderosa ferramenta de simplificação e dedução.

Ao finalizar esta apostila, o estudante deve ser capaz de manipular expressões trigonométricas com fluidez, identificar relações entre senos, cossenos e tangentes, e aplicar esses conhecimentos na resolução de problemas práticos e teóricos.

A verdadeira importância das identidades trigonométricas está em sua capacidade de conectar diferentes áreas da Matemática, desenvolvendo no aluno o pensamento analítico e a autonomia intelectual. Assim, mais do que um conteúdo exigido nos vestibulares, elas representam uma oportunidade de ampliar a compreensão do mundo através da linguagem universal da Matemática.